

1. Izračunajte određene integrale:

$$(a) \int_0^1 (2x + 1)^{100} dx;$$

$$(b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx;$$

$$(c) \int_1^9 \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dx;$$

$$(d) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + 4x^2} dx;$$

$$(e) \int_e^{e^4} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx;$$

$$(f) \int_0^1 \frac{4x^2}{2x + 1} dx.$$

2. Izračunajte određene integrale:

$$(a) \int_0^1 x e^{-x} dx;$$

$$(b) \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx;$$

$$(c) \int_1^e \cos(\ln x) dx;$$

$$(d) \int_0^4 \ln \sqrt{x} dx.$$

3. Ako je  $f$  neprekidna funkcija i vrijedi  $\int_0^9 f(x) dx = 10$  izračunajte  $\int_0^3 x f(x^2) dx$ .

4. Koji je od integrala

$$\int_1^{\infty} x^4 e^{-x^4} dx, \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x} dx, \int_0^2 \frac{1}{2x - 1} dx$$

nepravi i zašto?

5. Odredite koji je nepravi integral konvergentan i izračunajte ga:

$$(a) \int_2^{\infty} \frac{1}{(x + 3)^{\frac{3}{2}}} dx;$$

$$(b) \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx;$$

(c)  $\int_0^1 \frac{1}{x \ln^2 x} dx;$

6. Koristeći poredbeni kriterij ustanovite konvergenciju nepravih integrala:

(a)  $\int_1^{\infty} \frac{1 + e^{-x}}{x} dx;$

(b)  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x + e^{2x}} dx.$

7. Izračunajte aproksimacije trapeznom formulom  $T_{10}$  i Simpsonovom formulom  $S_{10}$  integrala  $\int_0^1 e^x dx$  i odrediti pogreške  $E_T$  i  $E_S$ . Koliki mora biti  $n$  da  $T_n$  aproksimira integral s točnošću 0.00001?

8. Izračunajte površinu ravninskog lika omeđenog sa:

(a)  $y = \arctg \frac{x+1}{x}, x = 0, y = 0.$

9. U presječistima pravca  $x - y + 1 = 0$  i parabole  $y = x^2 - 4x + 5$  povučene su tangente na parabolu. Izračunajte površinu lika koji određuju te tangente i parabola. Nacrtajte sliku.

10. Izračunajte površinu koju određuje:

(a)  $y = x^2 + x + 1, x = 0, x = 1, y = 0;$

(b)  $x = 6 - y - y^2, x = 0;$

(c) kardioida  $\rho = a(1 + \cos \varphi);$

(d) svod cikloide  $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), t \in [0, 2\pi]$  i  $x$ -os.

11. Izračunajte duljinu luka krivulje:

(a)  $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, t \in [0, \pi];$

(b)  $y = \frac{1}{2}e^{2x}, x \in [0, 1];$

(c) kardioida  $\rho = a(1 - \cos \varphi).$

12. Izračunajte volumen rotacijskog tijela:

(a)  $y = x^2, x = 1, y = 0,$  rotacija oko  $x$ -osi;

(b)  $y^2 = x, x = 2y,$  rotacija oko  $y$ -osi.